

Коллоквиум по алгебре для 241–245 групп
(осень 2005/06 уч.года)

Тема: Поля

Список теоретических вопросов

1. Расширение поля. Присоединение элементов к подполю. Простое подполе. Простые поля и их классификация.
2. Алгебраичность и трансцендентность. Аннуляторы элемента. Минимальный аннулятор.
3. Конечное расширение и его степень. Последовательные конечные расширения. Связь между конечностью и алгебраичностью расширения.
4. Простые расширения. Теорема о простом расширении, порожденном алгебраическим элементом.
5. Теорема Кронекера. Простые расширения, порожденные корнями одного неприводимого многочлена.
6. Поле разложения многочлена, его существование. Алгебраическое замыкание поля.
7. Число элементов конечного поля. Конечное поле как поле разложения многочлена.
8. Лемма об арифметике полей ненулевой характеристики. Теорема о существовании конечных полей.
9. Мультипликативная группа конечного поля.
10. Теорема о единственности конечного поля. Поля Галуа.
11. Подполя конечного поля. Неприводимые многочлены над конечным полем.
12. Сепарабельные многочлены, примеры. Сепарабельное расширение.
13. Простота конечного сепарабельного расширения.
14. Автоморфизмы поля. Автоморфизмы конечного поля.
15. Автоморфизмы расширения. Автоморфизмы конечного простого расширения.
16. Соответствие Галуа.
17. Лемма Артина.
18. Расширения Галуа, примеры. Основная теорема теории Галуа.
19. Минимальные аннуляторы элементов расширения Галуа.
20. Разрешимость алгебраического уравнения в радикалах на языке теории групп.
21. Разрешимость в радикалах общих алгебраических уравнений различных степеней.